

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – luglio 2022**



**Domanda 1 (punti 3).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log\left(\frac{x^2 + 4}{x + 4}\right)$$

Dominio	$E = (-4, +\infty)$
Positività	$P = (-4, 0) \cup (1, +\infty)$
Intersezioni	$A(0; 0) \quad B(1; 0)$

**Domanda 2 (punti 3).**

Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 1} - \sqrt{4x^2 - 2x + 3})$  e  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{x^2-3x} - 1}{x^2 - 4x + 3}$

Soluzioni	$3/4; 3/2$
-----------	------------

**Domanda 3 (punti 3, 3\*\*).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = x \cdot e^{1-2x^2}$

Derivata prima	$f' = e^{1-2x^2} \cdot (1 - 4x^2) \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(-1/2; -\sqrt{e}/2) \quad M(1/2; \sqrt{e}/2)$ cresce in $(-1/2, 1/2)$

**Domanda 4 (punti 3, 3\*\*).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = x \cdot \log(x^2 + 4)$

Derivata prima	$f' = \frac{2x^2}{x^2 + 4} + \log(x^2 + 4) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{2x \cdot (x^2 + 12)}{(x^2 + 4)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F(0; 0) \quad \text{convessa in } (0, +\infty)$

**Domanda 5 (punti 2).**

Determinare gli asintoti della funzione:  $f(x) = \frac{3x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 2x + 5}{x \cdot (x^2 - 9)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-3, 0, 3\}$
As. verticali	$x = -3, x = 0 \text{ e } x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3x - 2$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Domanda 6 (punti 3, 6\*, 4\*\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^4 \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot e^{4-5x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $x - 10\sqrt{x} + 50 \log(\sqrt{x} + 5)$ $-16 + 50 \log(7/5) \approx 0,8236$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{25} e^{4-5x} \cdot (5x+1) + c$

**Domanda 7 (punti 3, 4\*, 4\*\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 3x - 2y + k \cdot z = 2 \\ k \cdot x + 2y + z = 1 \\ -3x + 2y + k \cdot z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -3; 0$ : incompatibile $k \neq -3; 0$ : sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{k-2}{k \cdot (k+3)}; y = \frac{3(k-2)}{2k \cdot (k+3)}; z = \frac{2}{k}$

**Domanda 8 (punti 4, 8\*, 6\*\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = x^2 - 4x \cdot y + 2x - 2y^2 - y + 3$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = 2x + 2y = 3$ .

Derivate parziali	$f_x = 2x - 4y + 2 \quad f_y = -4x - 4y - 1$
Estremi liberi	$S(-1/2; 1/4) \quad z = 19/8 \quad H = -24$
Estremi vincolati	$m(-1/2; 2) \quad \lambda = -7/2 \quad z = -15/4$ $H = -24$

**Domande teoriche.**

- 1) Il teorema di De L'Hospital con esempio (punti 2, 4\*, 3\*\*)
- 2) Condizione necessaria e sufficiente per la presenza dei flessi a tangente obliqua (punti 2, 4\*, 3\*\*)
- 3) Condizioni affinché un sistema lineare abbia infinite soluzioni (punti 2, 4\*, 4\*\*)

*Punteggi esercizi solo II parte con I parte svolta a gennaio/giugno contrassegnati con \* (solo II parte dopo prova intermedia di novembre con \*\*).*